

Additional Mathematics

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เอกนามและพหุนาม

ชื่อ .....

ชั้น ..... เลขประจำตัว .....

โรงเรียน .....

ครูผู้สอน....

พิชญุตม์ ราชเดิม(PunPitchy)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Best Friend Forever School

2.1 เอกนาม

กฎเหล็กในการเป็น “เอกนาม”

1) เป็นการคูณระหว่าง ค่าคงตัวกับ ตัวแปร **ไม่มีบวกและลบ!!
2) ตัวแปรที่คูณต้องมีอย่างน้อย 1 ตัวแปรขึ้นไป
3) เลขชี้กำลังของตัวแปร จะเป็นจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มศูนย์เท่านั้น

ในการ Check เน้นที่เอกนามในรูป ผลสำเร็จ!

องค์ประกอบของเอกนาม

1) ดีกรี = ผลรวมเลขชี้กำลังของตัวแปร
2) สัมประสิทธิ์ = ค่าคงตัวของเอกนามที่คูณอยู่กับตัวแปร
หากเอกนามนั้นไม่ปรากฏค่าคงตัวที่คูณอยู่ สัมประสิทธิ์จะเท่ากับ 1

2.2 พหุนาม

กฎเหล็กในการเป็นพหุนาม

1) สร้างโดยใช้กระบวนการการบวก ลบ คูณ และ ยกกำลัง โดยเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก
2) อาจเกิดจากการนำเอกนามที่แตกต่างกันมาบวกหรือลบกัน
จาก พหู = มากมาย
เอก = หนึ่งเดียว

**เอกนามในพหุนาม เรียกว่า พจน์

Ex) x^2 + 3x + 5 เป็นพหุนามกำลังสอง ที่บวกกันด้วยพจน์ 3 พจน์ได้แก่
1) x^2
2) 3x
3) 5 (5x^0)
องค์ประกอบของพหุนาม

ดีกรี หมายถึงผลรวมดีกรีของสูงสุดของพจน์นั้นๆในพหุนามในรูปผลสำเร็จ

พหุนามในรูปผลสำเร็จ

คือพหุนามที่ไม่มีพจน์ตัวใดๆที่คล้ายกัน

Ex) 2x^2+5x-8x มีพจน์ 5x และ 8x ที่คล้ายกัน
รูปผลสำเร็จของพหุนามนี้คือ 2x^2-3x ซึ่งมีดีกรีเป็น 2

หลังจากนี้จะเรียกเอกนามพหุนามรวมๆว่าพหุนาม เพราะ
เอกนามทุกชนิดย่อมเป็นพหุนามเสมอ แต่พหุนามบางชนิด
อาจเป็นเอกนามไม่ได้ เช่น 3x−2

2.3 การคำนวณพหุนาม

การบวกพหุนาม

นำพจน์ที่คล้ายกันมารวมกัน ย่อมได้พจน์ที่เป็นบวกเสมอ

Ex) (2x+5)+(3x+6)
= 2x+3x + 5+6
=5x+11

การลบพหุนาม

หลักการคล้ายกับการบวก แต่นำมาลบกัน และ!!!!
หลักการลบมีโอกาสเป็นจำนวนเต็มลบ ถ้าตัวลบมากกว่าตัวตั้ง เช่น 2y-5y = (-3y)และระวังเครื่องหมายดีๆ เช่น 2x-(-8x) ในหลักของจำนวนเต็ม - - เป็น +
2x-(-8x) = 2x+8x = 10x

เน้นบวกลบให้คล่อง ก่อนขึ้นการคูณจ้ะ!

1) a = 2x^2+7x
b = -3x^2+8x-3
c = a-b
แล้ว 2c มีค่าเท่ากับเท่าใด

2) ระหว่าง 2x^2-12x-5 และ -5x^2+22x-(-9x) พหุนามในรูปผลสำเร็จใด มีค่ามากกว่ากัน เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มลบ

3)ปล่อยหินลงจาก Helicopter ที่กำลังขึ้นเป็รเส้นตรงด้วยความเร็วคงที่ 10 m/s ถ้า Helicopterอยู่สูงจากพื้นดิน 30m จงหาเวลาที่ก้อนหินตกถึงพื้น กำหนดสูตร h = ut+1/2(at^2) , u = ความเร็วต้น t = เวลา g = แรงโน้มถ่วง h = การกระจัด กำหนดค่าแรงโน้มถ่วงในค่าประมาณเป็น 10ms^(-2)

ทบทวนเรื่องการแจกแจงก่อนขึ้นการคูณพหุนาม

a(b+c) = ab+ca
a(a+b) = a^2+ab

แจกแจงประยุกต์เล็กน้อย

ab = a(512)+112(-a)-(-a)(234)
จงหาค่าของ b(23+(-13)

สมบัติเลขยกกำลังที่จำเป็น

1) a^n x a^m ฐานเดียวกันคูณกัน เลขชี้กำลังจับบวกกัน
= a^(n+m)

Ex) 3^2 x 3^5
= 3^(2+5)
= 3^7

2) a^n/a^m ฐานเดียวกันหารกัน เลขชี้กำลังจับลบกัน
= a^(n-m)

Ex) 5^ 3/5^8
= 5^(3-8)
= 5^(-5) หรือ 1/(5^5)

3) (a•b•c•....)^n กระจายเลขชี้กำลังเข้าไปในวงเล็บถ้าภายในวงเล็บเป็นหลักการคูณหรือหาร
= a^n • b^n • c^n •..... ทุกตัวมีชี้กำลังเป็น n

<u>แบบฝึกทักษะให้คล่อง</u>

1)(2x•3)^2.

3) (2x^(-2)+3y^2)^4

2)(5x/(2y)^2)^2 และ x = y^ 3/y^(-1)

การคูณพหุนาม

(x+y)(n+m) = xn+xm+yn+ym

หลักการ!

(3x+5)(2x-3) ให้ 3x+5 = a
จะได้ a(2x+5)
= 2ax+5a
= 2(3x+5)(x)-3(3x+5)
= (6x+10)(x)-9x-15
= 6x^2+10x-9x-15
= 6x^2+x-15 เป็นพหุนาม
ในรูปผลสำเร็จ

(4x-2)(x-8) ให้ (4x-2) = a
=a(x-8)
= ax-8x
= x(4x-2)-8(4x-2)
= 4x^2-2x-32x+16
= 4x^2-34x+16

Trick คูณเร็วๆ

"โยงเส้นกระจายเข้าวงเล็บสองวงเล็บ"

(2x+3)(x-3)

= 2x^2-6x
= 3x-9
จับบวกกันได้ 2x^2-3x-9

หาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้

(x+2)(x+3)

(x-8)(x-(-3))

(x+(-12))(x-(-(-3)))

(x+4)(x-3)(x-9)(x-(-7)(2x^2+3x+5)

การหารพหุนาม

2 แบบหลักๆที่จะสอน ให้รู้นะว่ามันมีมากกว่านี้

แบบที่ 1 เน้นสมบัติ a^m/a^n = a^(m-n)

Ex) 4x^2y^ 3/8x^(-3)y^4
= 2^2•x^2•y^ 3/2^3•x^(-3)•y^4
= x^(2-(-3))/2^(3-2)•y^(4-3)
= x^5/2y

** เน้นให้เลขชี้กำลังอยู่ในรูปจำนวนเต็มบวกโดยประยุกต์การปรับเศษและส่วนพื้นฐาน

Ex2) 9x^(-2)y^2/x^(-3)y^2 = 27 x = ?

แบบที่ 2 ใช้เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม

หลักการ!
แยกได้ -> เศษส่วนมีพหุนามจากการแยกที่ตัดทอนกันได้ -> ผลสำเร็จคือพหุนามที่เหลือจากการตัดทอน - กรณี 1

แยกได้ -> เศษส่วนไม่มีพหุนามจากการแยกที่ตัดทอนกันได้ -> ผลสำเร็จคือพหุนามรูปเดิมก่อนการแยก - กรณี 2

แยกไม่ได้ -> ตอบติดรูปนั้นได้เลย นั่นคือผลสำเร็จในตัวของมันเอง

Ex) (x^2-6+5)/(x^2+x-2)
= (x-1)(x-5)/(x-1)(x+2) -> x-1 ตัดกันบนล่าง
เหลือ(x-5)/(x+2)

Ex2) (x^2+3x-10)/(x^2+2x-10)

เน้นหนักการหารพหุนาม!

1)[x^ 3•y^(-2)]/(9x^2•y^2)

2)[x^(-2)•y^(-21)•z^(-2)]/x^(-3)•y^(-17)•z^(-3)

3) [(x^2+9x+14)/(x^2+12x+35)] - [(x^2-11x+24)/(x^2+2x-15)]

2.4 การแยกตัวประกอบของพหุนาม

“เฉพาะพหุนามยกกำลังสองที่ a = 1 เท่านั้น
พหุนามยกกำลังสองจะอยู่ในรูป ax^2+bx+c
ถ้า a=1 จะต้องอยู่ในรูป x^2+bx+c และ b และ c เป็นจำนวนเต็มใดๆ”

Q : แล้วโลกนี้สามารถแยกตัวประกอบของ a != 1 ไหม??
A : มีจ้าแต่ไม่สอนก่อนมันซับซ้อนนิดๆ

หลักการ -> x^2+bx+c = (x+m)(x+n) โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ และ mn = c และ m+n = b ; **สุ่ม เลข ซะ!**
ถ้าสุ่มไม่ได้ = แยกไม่ได้จบ แต่! สุ่มให้ทุกทางพิจราณาทั้งลบและบวกหรือศูนย์
Ex) x^2-5+6 = (x+m)(x+n)
mn = 6 สมการ 1
m+n = (-5) สมการ 2
พิจราณาทั้งสองสมการแสดงว่า m,n เป็นลบทั้งคู่ เนื่องจากลบคูณลบได้บวก (6) และลบบวกลบย่อมได้ลบเสมอ (-5)
ดังนั้น m,n = (-2,-3)
-> x^2-5+6 = (x-2)(x-3)

จัดหนัก จัดเต็ม ให้คล่อง “แยกตัวประกอบพื้นฐาน”
จงแสดงวิธีทำพอประมาณ

1) x^2+5x-14

2) x^2-12x+27

3) x^2+5x-24

4) x^2-6x+5

5) x^2+4x-21

จดเพิ่มเติมแนวโจทย์ข้อสอบวัดผล

จดเพิ่มเติมถ้าเวลาเหลือ

จินตนาการสำคัญกว่าความรู้
เพราะความรู้นั้นมีอย่างจำกัดแต่จินตการอยู่บนทุกที่บนโลก

อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์
(นักฟิสิกส์ทฤษฎีชาวเยอรมัน ผู้คิดค้นสมการ E = mc^2
หรือสัมพันธภาพ)